PREGUNTAS DE VERDADERO O FALSO

4) Dadas las ecuaciones de los planos

p_1: $x+2y-2z=5$ p_2: $2x+y+2z=-1$

p_3: $3x-6y+3z=2$ p_4: $x-2y+z=7$

entonces:

a) p_2 y p_4 son paralelos.

b) p_1 y p_3 son perpendiculares.

c) El punto $Q=(1,0,-\frac{1}{3})\,\epsilon\, p_2$

d) La recta $\frac{x-1}{2}=\frac{y+5}{3}=\frac{z}{4}$ es paralela a p_3

ANALISIS DE LA SOLUCION

a) Hallamos los vectores normales de cada plano y por definicion sabemos que un plano es paralelo al otro si sus vectores normales son combinacion lineal. Solo resta verificar dicha definicion.

b)Hallamos los vectores normales de cada plano y verificamos si el producto punto entre estos vectores es igual a cero.

c) Verificamos el punto Q en la ecuacion del plano

d)Hallamos el vector normal al plano. Luego hallamos un vector que pertenezca a la recta, finalmente si el vector normal al plano y el vector que pertenece a la recta son perpendiculares, podemos afirmar que la recta y el plano son paralelos.

SOLUCION

a) Hallamos los vectores normales de los planos

Tenemos: p_2: $2x+y+2z=-1$ y p_4: $x-2y+z=7$

Sean n_2 y n_4 los vectores normales de cada plano respectivamente.

$n_2=(2,1,1)$

$n_4=(1,-2,1)$

Sea α un escalar tal que: $\alpha\,\epsilon\,\mathcal{R}$

La combinacion lineal entre los vectores normales la podemos expresar como:

$\alpha(2,1,2)=(1,-2,1)$

si resolvemos al lado izquierdo de la ecuacion anterior tendremos que:

$(2\alpha,\alpha,2\alpha)=(1,-2,1)$

Al hacer una igualdad componente a componente tenemos que:

$2\alpha=1$

$\alpha=-2$

$2\alpha = 1$

Segun lo anterior podemos ver que $\alpha = -2$ por lo tanto $2\alpha = -4$

b) Hallamos los vectores normales de los planos

Tenemos:

p_1: $x + 2y - 2z = 5$ y p_3: $3x - 6y + 3z = 2$

Sean n_1 y n_3 los vectores normales a cada plano respectivamente.

p_1, p_3 son perpendiculares si $(n_1 \cdot n_3) = 0$

$n_1 = (1, 2, -2)$

$n_3 = (3, -6, 3)$

$n_1 \cdot n_3 = ((3)(1) + (2)(-6) + (-2)(3))$

$n_1 \cdot n_3 = 3 - 18 - 6$

$n_1 \cdot n_3 = -21$

c) El punto $Q(1, 0, \frac{-1}{3})$ pertenece a p_2

Tenemos:

p_2: $2x + y + 2z = -1$

Si reemplazamos el punto Q en el plano tenemos que:

$2(1) + 0 + (\frac{-1}{3}) = 1$

$\frac{5}{3} \neq 1$

d) La recta $\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z}{4}$ es paralela a p_3

Hallamos dos puntos que pertenezcan a la recta:

$\frac{5-1}{2} = \frac{1+5}{3} = \frac{8}{4} \quad \rightarrow \quad 2 = 2 = 2 \qquad T_1(5, 1, 8)$

$\frac{3-1}{2} = \frac{-2+5}{3} = \frac{8}{4} \quad \rightarrow \quad 1 = 1 = 1 \qquad T_2(3, -2, 4)$

Hallamos un vector v que pertenezca a la recta

$v = T_1 - T_2$

$v = (2, 3, 4)$

Calculamos el producto punto entre el vector normal y el vector v.

$n_3 = (3, -6, 3)$ y $v = (2, 3, 4)$

$v \cdot n_3 = ((3)(2) + (-6)(3) + (3)(4))$

$v \cdot n_3 = 0$

CONCLUSION

a) los planos p_2 y p_4 no son paralelos, por lo tanto la afirmacion es falsa.

b) dado que el producto punto entre los vectores normales de cada plano es igual a -21, podemos decir que los planos no son perpendiculares, por lo tanto la afirmacion es falsa.

c) Al reemplazar el punto Q en el plano nos damos cuenta que no satisface la ecuacion, por lo tanto podemos decir que el punto Q no pertenece al plano p_2, entonces la afirmacion es falsa.

d)Segun el procedimiento anterior podemos decir que la recta y el plano son paralelos, por lo tanto la afirmacion es verdadera.

ANEXO

GRAFICAS

a)

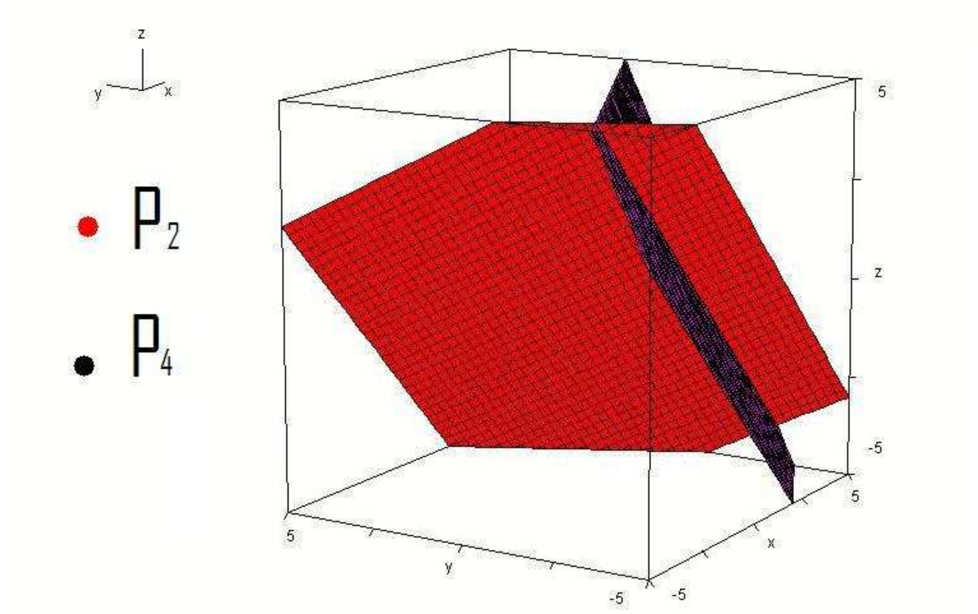

Figura 1.

b)

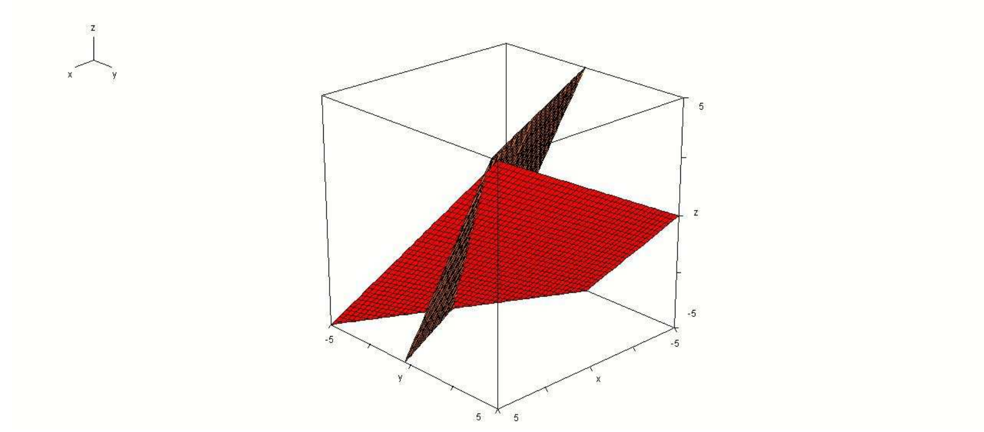

Figura 2.

c)

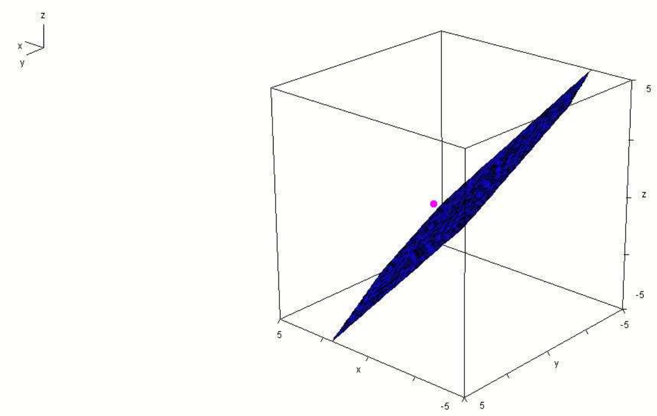

Figura 3.

d)

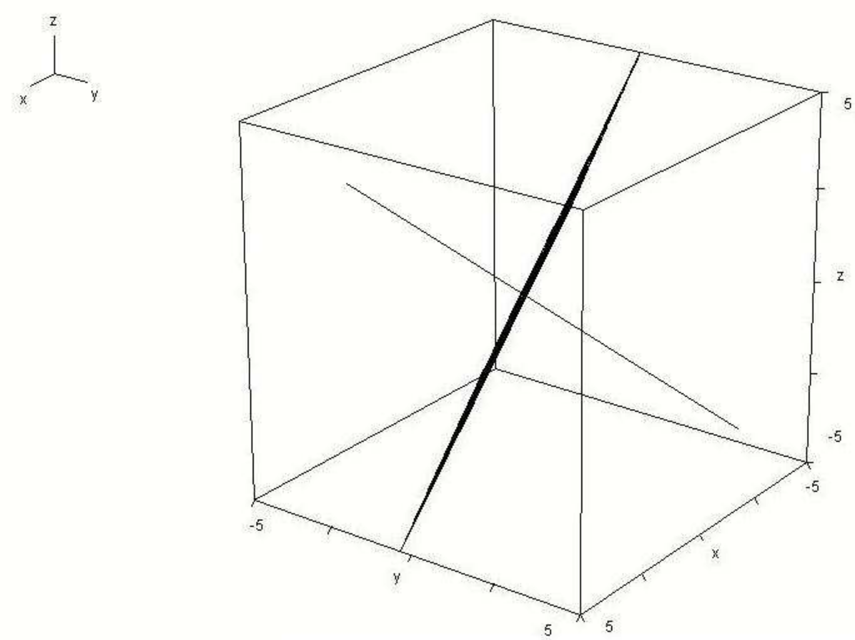

Figura 4.